

Le continu, le discret, et la numérosité

Grâce à de nombreuses innovations méthodologiques et technologiques, l'étude des fondements cognitifs de l'arithmétique a fortement progressé à la fin du vingtième siècle, au point où la cognition numérique est maintenant un domaine de recherche important en sciences cognitives (Dehaene 2011). Parmi les nombreuses découvertes tirées de cette jeune discipline, l'une des plus importantes est certainement celle d'un système perceptuel capable de produire des représentations approximatives du nombre d'objets auquel nous portons notre attention. Connu sous le nom de *Approximate Number System* (ANS), ce système a fait l'objet de centaines d'études dans des domaines aussi diversifiés que la psychologie développementale et l'éthologie. Ces nombreuses études ont fourni une quantité impressionnante de données concernant la relation entre le cerveau, la numérosité, et l'arithmétique, au point où un consensus émerge selon lequel l'ANS serait un des fondements de nos capacités mathématiques.

Malgré cet imposant consensus, une voix dissidente gronde depuis quelques années et questionne la pertinence des paradigmes expérimentaux utilisés pour étudier l'ANS (Gebuis et al. 2016; Leibovich et al. 2017; Leibovich et al. 2015; Mix et al. 2002). Une des raisons offertes pour remettre en question ces méthodes est qu'il est pratiquement impossible de faire une étude dans laquelle les participants réagissent uniquement à des numérosités, étant donné que la numérosité covarie toujours avec au moins une grandeur continue comme la densité, la surface totale, ou le contour. La remise en question des méthodes expérimentales offerte dans ces publications est accompagnée d'un scepticisme quant à la nature discrète du ANS : s'agit-il d'un système dédié à la détection de quantités approximatives d'objets discrets, ou ce système serait-il plutôt dédié à la détection de variations de grandeurs continues? Proposant une réinterprétation radicale de l'ensemble des données concernant l'ANS, ces sceptiques vont jusqu'à nier l'existence de ce système et proposent de le remplacer par un système qui traite de grandeurs continues dans notre environnement.

Bien que dans certains cas, il est possible d'expliquer le comportement de participants dans des expériences portant sur le ANS en termes de quantités continues au lieu de la numérosité, dans d'autres cas, une explication en termes de grandeurs continues semble tirée par les cheveux. Mais surtout, de telles réinterprétations ne semblent pas tenir compte de la dualité fondamentale entre le continu et le discret sur laquelle repose notre compréhension des nombres. En effet, en questionnant la légitimité de l'existence du ANS, les sceptiques semblent ouvrir la porte à un point de vue selon lequel notre capacité de représenter des nombres est entièrement déterminée par des systèmes cognitifs dont le contenu représentationnel ne contient pas d'objets discrets. Une telle conception de la numérosité en termes de représentations n'ayant aucun contenu discret est incompatible avec le caractère amodal et discret des concepts de nombres que nous utilisons en mathématiques. Or, les sceptiques de l'ANS ne sont pas équipés pour empêcher une telle conception purement continue du contenu représentationnel de nos concepts de nombre – du moins, c'est ce que je tente de démontrer dans cette présentation.

Bien que l'on puisse s'opposer à ce scepticisme en questionnant la plausibilité des réinterprétations ou en critiquant l'absence de soutien empirique pour leurs points de vue, l'argument principal que je présente ici est plutôt de nature conceptuelle. En bref, si l'on tente

de prendre au sérieux l'idée qu'aucun paradigme expérimental ne permet d'isoler des comportements basés uniquement sur la variation de numérosité et qu'une explication en termes de grandeurs continues est tout aussi plausible que celle basée sur l'ANS, on doit accepter la possibilité que nous ne représentons jamais la numérosité, et que tous nos jugements numériques sont en réalité des jugements par rapport à des grandeurs continues. Bien que la majorité des sceptiques affirment accepter l'existence de la numérosité tout en refusant que nous ayons un système inné dédié à détecter celle-ci, les arguments présentés pour remettre en question les résultats expérimentaux, s'ils sont appliqués à la lettre, forcent une remise en question radicale qui nierait l'apport crucial de l'individuation d'entités discrètes dans notre capacité de représenter la numérosité. Autrement dit, au delà des questions concernant sa plausibilité empirique, les prémisses sur lesquels le scepticisme face à l'ANS sont fondés ne nous empêchent pas d'éliminer une conception des nombres dans laquelle le discret est totalement absent.

Pour soutenir ma critique, j'offre des arguments selon lesquels le scepticisme face à l'ANS mène à une conception inadéquate de l'origine de nos capacités arithmétiques qui ne prend pas en considération l'interdépendance du discret et du continu, telle que conçue par le mathématicien intuitionniste L.E.J Brouwer (1907). Chez Brouwer, le continu et le discret ne sont pas des contraires mais plutôt des compléments : chacun est utilisé pour la définition et la compréhension de l'autre. Il est donc impossible de conceptualiser un de ces deux éléments indépendamment de l'autre. Pourtant, comme je le démontre dans cette présentation, les prémisses sur lesquels sont fondés les différents points de vue sceptiques les forcent à accepter la possibilité que les concepts de nombres se développent uniquement à partir de la perception de grandeurs continues. Bien que l'intuitionnisme de Brouwer n'a pas réussi à révolutionner la pratique des mathématiques comme il l'aurait espéré, sa conception psychologue de la nature des nombres et demeure philosophiquement pertinente et offre des outils conceptuels qui peuvent aider à repousser le scepticisme face au ANS. En offrant un bref résumé de la conception Brouwerienne de la relation entre le continu et le discret, je compte fournir des arguments selon lesquels on ne peut expliquer l'origine de nos concepts de nombres en se fiant uniquement à des représentations de grandeurs continues. Si l'on considère que le continu et le discret sont inséparables, le scepticisme par rapport à l'ANS est donc intenable, peu importe sa plausibilité empirique, puisqu'il permet d'éliminer le contenu discret des représentations utilisés pour former nos concepts de nombres.