Une sémantique vérifactionnelle pour la logique de l'imagination modale

1 Introduction

La sémantique des vérifacteurs fournit un outil important pour étudier la logique de constructions hyperintensionnelles (Fine 2017a, Fine 2017b). Dans la mesure où les énoncés décrivant des actes de conception et d'imagination sont manifestement des constructions hyperintensionnelles (Berto 2017), nous avons une première motivation pour formuler une sémantique vérifactionnelle pour la logique de l'imagination. Une seconde motivation provient de l'usage de la notion de vérification par certains théoriciens de l'imagination et de la conception. En particulier, Chalmers (2002) fait reposer sa théorie de l'imagination modale sur une relation de vérification entre des situations et des énoncés. Il semble ainsi que la sémantique des vérificateurs fournit des outils particulièrement appropriés pour étudier la logique de cette notion. Dans cette contribution, nous décrivons une sémantique vérifactionnelle pour une logique de l'imagination modale, la comparons à la logique proposée par Berto (Berto 2017) et soutenons qu'elle permet un meilleur traitement de l'hyperintensionalité de l'imagination.

2 L'imagination modale

Chalmers introduit la notion d'imagination modale dans les termes suivants :

> 'Modal imagination' is used here as a label for a certain sort of familiar mental act. [...] One has a positive intuition of a certain configuration within a world, and takes that configuration to satisfy a certain description. When one modally imagines H_2O molecules, for example, one imagines a configuration of particles. To modally imagine Germany winning the Second World War, one might imagine a world in which certain German armies win certain battles and go on to overwhelm Allied forces within Europe. [...]
> We can say that an imagined situation verifies S when reflection on the situation reveals it as a situation in which S. Understood this way, verification is a broadly epistemic relation, tied to certain rational processes (Chalmers 2002, p. 152)

Bien que cette notion de vérification ait une coloration épistémique qui n'est pas présente dans la relation entre les vérifacteurs et les propositions qu'ils rendent vraies, traditionnellement conçue, elle semble satisfaire les mêmes axiomes logiques.

Suivant une approche défendue par Berto (2017), nous nous intéresserons à la logique des énoncés de la forme

(1) Lorsqu'un agent imagine que A, ce faisant il imagine que B.

où « imagine » doit se comprendre au sens de l'imagination modale définie par Chalmers plus haut.

3 Une sémantique vérificationnelle

Dans la sémantique vérificationnelle que nous proposons, les énoncés sont vérifiés ou falsifiés par des situations, c'est-à-dire des configurations partielles d'objets et de propriétés. L'ensemble des situations est partiellement ordonnée par une relation de partie à tout $\sqsubseteq$.

Nous admettons dans cet ensemble des situations possibles ainsi que des situations impossibles, afin de ne pas exclure a priori la possibilité d'imaginer des situations impossibles. Nous admettons que toutes les parties d'une situation possible sont possibles. Nous admettons que pour toute paire de situations s et t il existe une situation $s \sqcup t$ qui en est la borne supérieure relativement à $\sqsubseteq$, soit sa fusion méréologique. Cela n'implique pas que toute paire de situations possibles a une plus petite fusion qui est elle-même une situation possible. Nous admettons seulement, pour les paires de situations possibles que *si* elles ont une fusion méréologique qui est elle-même possible, alors elles ont une plus petite fusion méréologique qui est possible.

Nous pouvons alors définir une notion de compatibilité entre situations : deux situations s and t sont compatibles ssi $s \sqcup t$ est possible, autrement elles sont incompatibles. La notion plus familière de monde possible peut être définie comme une situation maximalement possible, c'est-à-dire une situation s telle que pour tout s', ou bien $s' \sqsubseteq s$ ou s' est incompatible avec s.

Nous distinguons, à la suite de Fine (Fine 2017a) trois notions de vérification (et de falsification) entre situations et énoncés. Une situation s vérifie (falsifie) A *de façon exacte* ssi toute la situation s est pertinente pour vérifier (falsifier) A, aucune partie propre de s ne vérifie complètement A. Une situation s vérifie (falsifie) A *de façon inexacte* ssi une partie de s vérifie (falsifie) A de façon exacte. Une situation s vérifie (falsifie) A *de façon lâche* ssi s est incompatible avec toute situation s' qui falsifie (vérifie) A de façon exacte.

4 La logique de l'imagination modale

Les énoncés de la forme (1) sont représentés par des formules de la forme $[A]B$, qui se lisent :

(2) Lorsque un agent imagine que A, ce faisant il imagine que B.

L'outil principal que nous utilisons pour définir les conditions de vérité de ces énoncés, est une fonction de sélection associant à chaque énoncé A du langage, et à chaque situation s, un ensemble de situations $f(A, s)$ correspondant à la manière dont l'agent se représente une situation dans laquelle A est vraie. $f(A, s)$ nous donne un *ensemble* plutôt qu'une situation unique, parce que même si nous imaginons en règle générale une situation déterminée, cette situation n'est pas spécifiée dans tous ses détails. Ainsi l'information que contient notre représentation de la situation est compatible avec plusieurs situations pleinement déterminées. Ce sont les situations que l'on trouve dans $f(A, s)$ pour tout A et tout s.

Afin d'obtenir des conditions de vérité adéquates, nous demandons que tous les membres de $f(A, s)$ vérifient exactement A. La situation que nous imaginons est complètement pertinente pour la vérification de A. Nous demandons également que si tous les membres de $f(A, s)$ vérifient exactement B et tous les membres de $f(B, s)$ vérifient exactement A, alors $f(A, s) = f(B, s)$. Cette condition permet de définir une notion d'équivalence imaginative. Lorsque les conditions décrites sont réunions, A et B sont dits imaginativement équivalents : ce que l'on imagine en imaginant l'un est ce que l'on imagine en imaginant l'autre.

Nous proposons alors qu'une situation s vérifie exactement $[A]B$ ssi tous les membres de $f(A, s)$ vérifient B de façon inexacte. En effet, dans la construction que nous envisageons, il n'est pas nécessaire que tout la situation imaginée soient pertinente pour vérifier B. Il suffit qu'une partie de cette situation le soit.

Ayant précisé l'idée générale, nous pouvons en venir aux détails techniques.
Un *cadre* $\mathfrak{C}$ est un quadruplet $\langle S, S^\Diamond, \sqsubseteq, f\rangle$ où

1. S est un ensemble non-vide, à savoir l'ensemble des situations
2. $S^\Diamond \subseteq S$ est un sous ensemble non-vide de S, à savoir l'ensemble des situations possibles
3. $\sqsubseteq$ est un ordre partiel sur S
4. si $s \in S^\Diamond$ et $t \sqsubseteq s$, alors $t \in S^\Diamond$.
5. pour tout $s, t \in S$, il existe une borne supérieure $s \sqcup t$ de s et t, la fusion de s et t.
6. $f : \mathcal{L} \times S \mapsto 2^S$ associe à chaque formule A et chaque situation s un ensemble de situations.

Un *modèle* $\mathfrak{M}$ est un triplet $\langle \mathfrak{C}, \Vdash, \dashV \rangle$ où $\mathfrak{C}$ où :
— $\mathfrak{C}$ est un cadre
— $\Vdash \in S \times AT$ est la relation de vérification exacte.
— $\dashV \in S \times AT$ est la relation de falsificatoin exacte.

(Exc) pour tout atome p, il n'existe aucune situation s et aucune situation t telles que $s \Vdash p$, $t \dashV p$ et $s \sqcup t \in S^\Diamond$ (aucune situation vérifiant exactement p est compatible avec une situation falsifiant exactement p)

(Exh) pour tout atome p et pour toute situation $s \in S^\Diamond$, il existe une situation t telle que $t \Vdash p$ et $s \sqcup t \in S^\Diamond$ ou il existe une situation t' telle que $t' \dashV p$ et $s \sqcup t' \in S^\Diamond$ (toute situation possible est compatible avec une situation vérifiant exactement p ou avec une situation falsifiant exactement p.)

(I) pour tout $t \in S$, si $t \in f(A, s)$, alors $t \Vdash A$

La notion de vérification exacte s'étend à tous les formules du langage à l'aide des règles récursives suivantes :

($\neg^+$) $s \Vdash \neg A$ ssi $s \dashV A$

($\neg^-$) $s \dashV \neg A$ ssi $s \Vdash A$

($\wedge^+$) $s \Vdash A \wedge B$ ssi il y a des situations $t, u \in S$ telles que $s = t \sqcup u$ et $t \Vdash A$ et $u \Vdash B$

($\wedge^-$) $s \dashV A \wedge B$ ssi $s \dashV A$ ou $s \dashV B$ ou il y a des situations $t, u \in S$ telles que $s = t \sqcup u$ et $t \dashV A$ et $t \dashV B$.

($\vee^+$) $s \Vdash A \vee B$ ssi $s \Vdash A$ ou $s \Vdash B$ ou il y a des situations $t, u \in S$ telles que $s = t \sqcup u$ et $t \Vdash A$ et $u \Vdash B$

($\vee^-$) $s \dashV A \vee B$ ssi il y a des situations $t, u \in S$ telles que $t \sqcup u$ et $t \dashV A$ et $u \dashV B$

($[\cdot]^+$) $s \Vdash [A]B$ ssi pour tout $s' \in f(A, s), s'$ verifie inexactement B

A est une conséquence exacte (inexacte, lâche) d'un ensemble de formule Δ, ssi pour tout modèle $\mathfrak{M}$ et pour toute situation possible s, si s vérifie exactement (inexactement, lâchement) tous les membres de Δ, alors s vérifie exactement A. Une formula A est dite exactement (inexactement, lâchement) valide ssi c'est une conséquence exacte (inexacte,lâche) de l'ensemble vide.

Afin de préserver le comportement classique des connecteurs logiques à l'extérieur des constructions de la forme $[A]B$, nous prenons la notion de conséquence logique lâche comme notre notion officielle de conséquence logique, que nous notons $\models$. (La conséquence logique lâche permet de simuler, au sein d'une sémantique vérifactionnelle, la notion de conséquence logique classique).

5 Validités et invalidités

La logique que l'on obtient valide la plupart des théorèmes de la logique présentée dans (Berto 2017). Voici cependant une validité et une invalidité qui les distinguent :

1. $[A]B \vDash [A](B \vee C)$
2. $[A]B \nvDash [A \vee (A \wedge C)]B$

La première validité peut être vue comme problématique, et c'est la raison pour laquelle Berto s'évertue à la bloquer. Mais tout dépend de l'importance que l'on accorde à la notion de vérification dans la définition informelle de l'imagination modale. Si l'on suit littéralement la définition de Chalmers, on doit l'accepter et apprendre à vivre avec elle. Même si l'on veut à tout prix s'en séparer en ajoutant une contrainte de préservation du topique (ce que fait Berto), il n'est pas difficile de le faire ici puisque le topique $t(A)$ d'un énoncé A peut être défini comme la fusion des situations qui vérifient exactement et falsifient exactement A. Il suffit alors d'ajouter la condition que $t(B) \sqsubseteq t(A)$ dans les conditions de vérité de $[A]B$ pour obtenir l'effet recherché.

La seconde invalidité semble au contraire bienvenue, à la lumière de l'exemple suivant :

(3) a. Lorsque j'imagine que Nicolas ne boit pas d'alcool, ce faisant j'imagine qu'il mène une vie saine
b. *Lorsque j'imagine que Nicolas ne boit pas d'alcool ou qu'il ne boit pas d'alcool mais prend de la cocaïne, ce faisant j'imagine qu'il mène une vie saine.

La première phrase semble vraie, mais pas la seconde. Pourtant la logique de Berto valide l'inférence qui va de la première à la seconde. En effet, puisque A et $(A \vee (A \wedge C))$ sont vrais dans les mêmes mondes possibles, $f_A(w) = f_{A \vee (A \wedge C)}(w)$). Nous avons ici affaire à une manifestation du comportement hyperintensionnel des énoncés décrivant l'imagination modale. La contrainte de préservation du topique entre A et B dans les formules de la forme $[A]B$ est l'outil sur lequel repose le traitement de l'hyperintensionalité dans la logique de Berto. Or cet outil échoue à traiter de façon satisfaisante cet aspect de l'hyperintensionalité. La sémantique vérifactionnelle que nous proposons permet de faire un progrès sur ce point.

Références

Berto, Francesco (2017). "Aboutness in imagination". In : *Philosophical Studies*. issn : 1573-0883. doi : `10.1007/s11098-017-0937-y`. url : `https://doi.org/10.1007/s11098-017-0937-y`.

Chalmers, David J. (2002). "Does Conceivability Entail Possibility ?" In : *Conceivability and Possibility*. Sous la dir. de Tamar S. Gendler et John Hawthorne. Oxford University Press, p. 145–200.

Fine, Kit (2017a). "A Theory of Truthmaker Content I : Conjunction, Disjunction and Negation". In : *Journal of Philosophical Logic* 46.6, p. 625–674.

— (2017b). "A Theory of Truthmaker Content II : Subject-Matter, Common Content, Remainder and Ground". In : *Journal of Philosophical Logic* 46.6, p. 675–702.